

CONICHE : curva algebrica nella piana del II ordine. $\mathcal{C}$

$$F(x_2, x_1, x_3) \in \mathbb{R}[x_2, x_1, x_3]$$

F omogeneo di II grado.

$$\mathbb{P}^2_{\mathcal{C}}$$

$$|k| = \mathbb{R}$$

$$F(x_2, x_1, x_3) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + a_{22}x_2^2 + 2a_{23}x_2x_3 + a_{33}x_3^2$$

F definisce una forma quadratica di matrice

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

ed una associato prodotto scalare.

In $\mathbb{P}^2_{\mathbb{C}}$ è sempre possibile scegliere una base di $\mathbb{C}^3$ tale che un prod. scalare a coeff reali ha matrice diagonale con $(1 \ 1 \dots 1, 0 \dots 0)$ rispetto tale base.

Una conica in $\mathbb{P}^2_{\mathbb{C}}$ ha "forma canonica"

$$(1 \ 1 \ 1) \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$$

$$(1 \ 1 \ 0) \quad x_1^2 + x_2^2 = 0 \quad (x_1 - ix_2)(x_1 + ix_2) = 0$$

$$(1 \ 0 \ 0) \quad x_1^2 = 0$$

↓
coniche con almeno
1 pto doppio.

In $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ un prod. scalare è classificato dalla sua
 segnatura. Oss che prod. scalari che diff. per il segno
 corrispondono alla medesima conica.

irriducibili	$(+++)$	$(---)$	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 \rightarrow$ privi di punti reali
	$(++-)$	$(+-)$	$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 \rightarrow$ 2 punti reali
	$(++0)$	$(--0)$	$x_1^2 + x_2^2 = 0 \rightarrow (x_1 - ix_2)(x_1 + ix_2) = 0$ nella im- coniugate
	$(+-0)$		$x_1^2 - x_2^2 = 0 \rightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$ nella reali e distinte
riducibili	$(+00)$	(-00)	$x_1^2 = 0$ nella reale $x_1 = 0$

N.B. La classificazione in $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ si fa guardando i
 segni degli autovalori!

$$I_n \quad A \in GL_n(\mathbb{R}) \subseteq \mathbb{P}^2 \mathbb{R}$$

Classificazione affine delle coniche.

→ studiamo i loro punti all'infinito
(oltre la class. proiettiva).

$$\begin{cases} X^T A X = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (x_1, x_2) A^* (x_1, x_2)^T = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \quad A^* = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

A^* induce un prod. scalare su $\mathbb{C}^3: x_3 = 0$.

In particolare la reg. di questo prod. scalare sarà

1) $(++) / (---) \rightarrow$ i punti di $\mathbb{C}$ su $x_3 = 0$ sono immag. e coniugati;

2) $(+-) / (-+)$ $\rightarrow$ allora ha 2 punti reali $x_3^2 + x_2^2 = 0$ $(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0$

3) $(+0) / (-0) \rightarrow$ allora ha 1 punto reale conif. 2 volte $x_3^2 = 0$

Non può essere (00) a meno che $\det(A) = 0$

$(++) \Leftrightarrow \det A^* > 0$

$(+-) \Leftrightarrow \det A^* < 0$

$(+0) \Leftrightarrow \det A^* = 0$

$[(0, 1, 0)]$
conif. 2 volte.

$[(1, 1, 0)]$,
 $[(1, -1, 0)]$

In $AG_2(\mathbb{R})$ le coniche si classificano come

1) Singolari se $\det(A) = 0$
 $[(++0), (+-0), (+00)] \rightarrow$ riducibili

1) Se $(++0) \Rightarrow$ riducibile in 2
rette imm. coniugate

2) Se $(+-0) \Rightarrow$ riducibile in 2
rette reali e distinte

3) Se $(+00) \Rightarrow$ riducibile in una
retta contata 2 volte.

2) Generali se $\det(A) \neq 0$
 $[(+++), (++-)]$

1) Se $(+++)$ $\Rightarrow$ pñe di punti reali

2) Se $(++-)$ $\Rightarrow$ A punti REALI

a) $(++) \Leftrightarrow \det A^* > 0 \rightarrow$ ellisse

b) $(+-) \Leftrightarrow \det A^* < 0 \rightarrow$ iperbole

c) $(+0) \Leftrightarrow \det A^* = 0 \rightarrow$ parabola.

Sia $\mathcal{L}$ una linea A una sua matrice rappresentativa
e $\beta: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ il prod. scalare indotto da A .

Se $\mathcal{L}$ è generale $\Rightarrow \det A \neq 0$ e quindi il prod. scalare β è
non degenerato.

$\det A \neq 0$

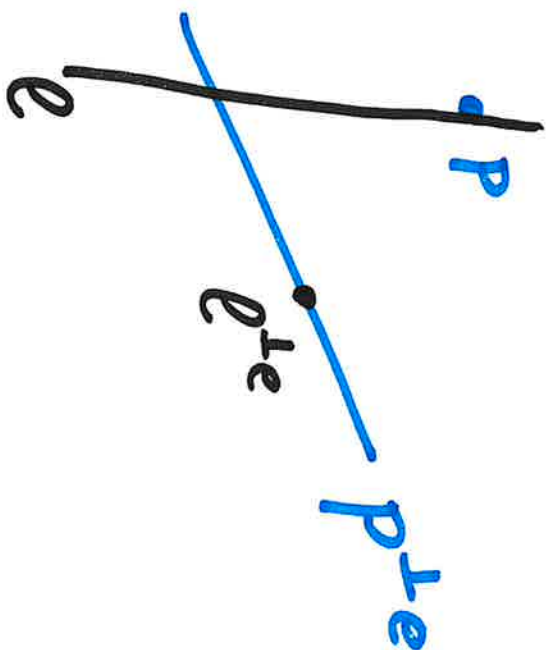
Abbiamo detto che dato $P \in \mathbb{P}^2 \mathbb{R}$, $P^\perp$ è il luogo dei
punti ortogonali a P rispetto $\beta \rightarrow$ POLARE DI P .
ed è sempre una retta.

Dato una retta $\pi \in \mathbb{P}^2 \mathbb{R}$, diciamo che $\pi^\perp$ è il
polo di π . (ed in questo caso $\pi^\perp$ è un punto).

Polo di π . (ed in questo caso $\pi^\perp$ è un punto).

PRINCIPIO DI RECIPROCIITÀ: Sia P un punto e $\mathcal{L}$ una
retta con $P \in \mathcal{L} \Rightarrow$ il polo di $\mathcal{L}$ appartiene alla polare
di P . Viceversa, sia Q un punto appartenente alla polare

di $P \Rightarrow$ la polare di α passa per P .



$$P \in l \Leftrightarrow l^{\perp} \in P^{\perp}$$



polo
di l



polare
di P

$$X \in P^{\perp} \Leftrightarrow P^{\perp} \in X^{\perp}$$

$$\Leftrightarrow P \in X^{\perp}$$

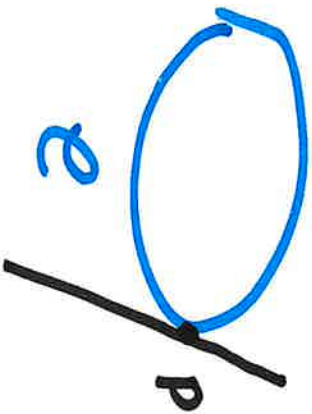
oss: $P \in P^{\perp} \Leftrightarrow P \in l$

$${}^tXAX = 0 \Leftrightarrow F(X) = 0$$

un punto P è autoconjugato rispetto a $l \Leftrightarrow P \in l$.

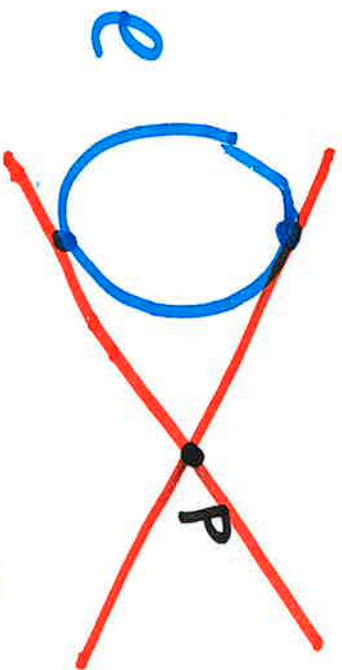
I punti di $P^{\perp}$ sono detti conjugati di P rispetto a l .

Teorema: Sia $P \in E \Rightarrow P^{\perp E}$ è la retta tangente a E in P .



Dich: Sia $P = [x_1' \ x_2' \ x_3']^T$ e consideriamo il luogo delle rette tangenti per P ad una curva $XAX=0$.
 $Q = [x_1'' \ x_2'' \ x_3'']^T$ tali che la retta PQ intersechi $XAX=0$ due volte nel medesimo punto.

$$\begin{aligned} {}^T X^I &= (x_1^I \ x_2^I \ x_3^I) \\ {}^T X^{II} &= (x_1^{II} \ x_2^{II} \ x_3^{II}) \end{aligned}$$



$$X = \alpha (x_1^I \ x_2^I \ x_3^I) + \beta (x_1^{II} \ x_2^{II} \ x_3^{II})$$

$$\begin{cases} {}^T X A X = 0 \end{cases}$$

$$\alpha^2 X^I A X^I + 2\alpha\beta {}^T X^I A X^{II} + \beta^2 {}^T X^{II} A X^{II} = 0$$

$$\Delta = 0 \quad ({}^T X^I A X^{II})^2 - ({}^T X^I A X^I)({}^T X^{II} A X^{II}) = 0$$

*Supponiamo ora di volere le
condizioni con $Q \in \mathcal{C} \Rightarrow$*

$$({}^T X^{II} A X^{II}) = 0$$

$$\begin{cases} (X^T A X'') = 0 \\ X^T A X'' = 0 \end{cases}$$

$X'' = \text{int. delle } l_{g.} \text{ per } P$
con la conica.

$\Rightarrow Q$ punto di $l_{g.}$ di cui retta per P
con la conica deve soddisfare

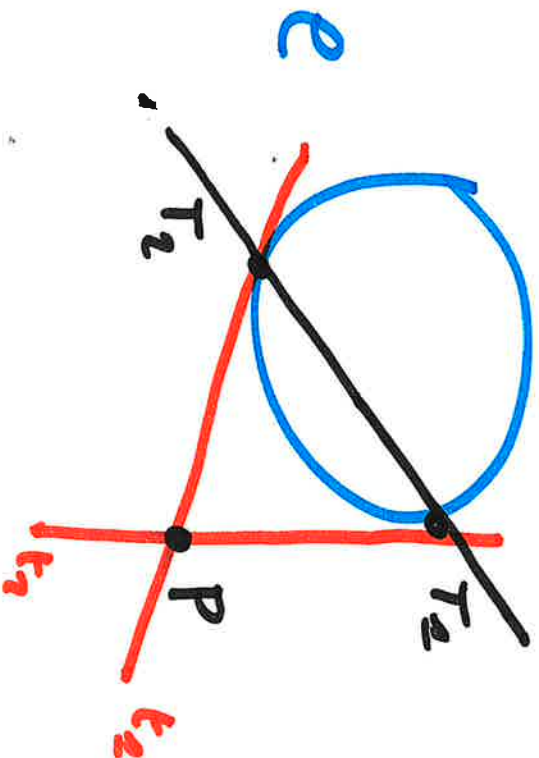
$$\begin{cases} X^T A X = 0 \\ \underline{X^T A X = 0} \end{cases} \Rightarrow Q \in E \cap P^{\perp E}$$

$\rightarrow$ polare per P

1) Se $P \in E \Rightarrow$ la polare per P è proprio la
retta tangente a E . $X^T A X'' = 0$

2) Se $P \notin E \Rightarrow$ la polare per P interseca E nei punti L .

l'angente alla retta per P tangente a e . $\square$



$P \in \mathbb{P}^2$

t_1, t_2 : tangenti per P a e

T_1, T_2 : punti di tangenza.

La polare di T_1 passa per $P \Rightarrow$ il polo T_1 di t_1 $\Rightarrow$ la polare di T_1 passa per P $\Rightarrow$ la polare di T_1 appartiene alla polare di P

La polare di T_2 passa per $P \Rightarrow$ il polo T_2 di t_2 appartiene alla polare di P

$\Rightarrow$ la polare di P è la retta $T_1 T_2$

$\Rightarrow$ la polare di P è la retta $T_1 T_2$

Sia C una conica. Un punto P è detto esterno alla conica se la sua polare interseca la conica in 2 punti reali $\Leftrightarrow \exists 2$ tangenti reali alla conica per P .
 P è detto interno $\Leftrightarrow$ la sua polare interseca la conica in 2 punti immaginari e coniugati $\Leftrightarrow$ la 2 h_g e per P sono 2 rette immaginarie e coniugate.



Def: Sia E una conica generale di matrice A .

Si dicono

- 1) centro di E il polo della retta impropria $x_3=0$
- 2) diametri di E le polari dei punti impropri.
- 3) asintoti di E le tangenti a E nei suoi punti propri

AFFINE

impropri.

- 4) assi di E i diametri ortogonali al proprio polo
- 5) E è una circonfenza (g.c.) se E passa per i punti ciclici $I_1 = I(1, i, 0)$, $\bar{I}_1 = I(1, -i, 0)$ del piano.
- 6) fuochi di E le intersezioni proprie della tangente a E per i punti ciclici $I_{00}, \bar{I}_{00}$
- 7) direttrici di E le polari dei fuochi
- 8) vertici le intersezioni proprie degli assi con E

EUCLIDEO

3) una conica è detta a centro se il suo centro è un punto proprio.

oss: le coniche a centro sono ellissi e iperboli. le parabole non coniche non a centro.

verifica: una parabola è per def. tangente L_a nell'

$L_a : x_3 = 0 \Rightarrow$ il polo di L_a rispetto ad una $\mathcal{C}$ è un punto improprio (il punto di tangenza).

iperboli ed ellissi non sono h_2 . a $L_a \Rightarrow$ il polo di L_a non è su $L_a \Rightarrow$ esso è un punto proprio.

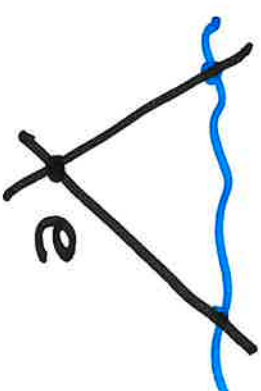
$$E: XAX=0$$

il centro di E è il polo di l_{∞}
 → prendiamo 2 punti di l_{∞} e calcoliamo le loro polari; poi le intersechiamo.

$$P_1 = [1\ 0\ 0] \quad P_2 = [0\ 1\ 0]$$

$$P_1^{\text{le}}: [1\ 0\ 0]A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$$

$$[0\ 1\ 0]A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0$$



$\mathcal{C}$ è cenbro $\Rightarrow \exists$ una sol. con $x_3 = 1$ det $A^\# \neq 0$

$$\Rightarrow a_{11}x + a_{12}y + a_{13} = 0$$

$$a_{12}x + a_{22}y + a_{23} = 0$$

$$A^\# = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$A^\# \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -(A^\#)^{-1} \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix}$$

DIAMETRI: per il principio di reciprocità non basta $\mathcal{C}$ nelle del fascio per il cenbro.

$$\mathcal{C}(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}) + m(a_{12}x + a_{22}y + a_{23}) = 0$$

$$\ell(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3) + m(a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3) = 0$$

oss: I diametri di ellissi ed iperboli sono
un fascio proprio di rette.
I diametri di parabole sono un fascio improprio

Teoremi: Sia $\mathcal{C}$ una conica generale

Allora 1) Se $\mathcal{C}$ è una circonferenza $\Rightarrow$

Ogni suo diametro è un
asse ed ogni suo punto è

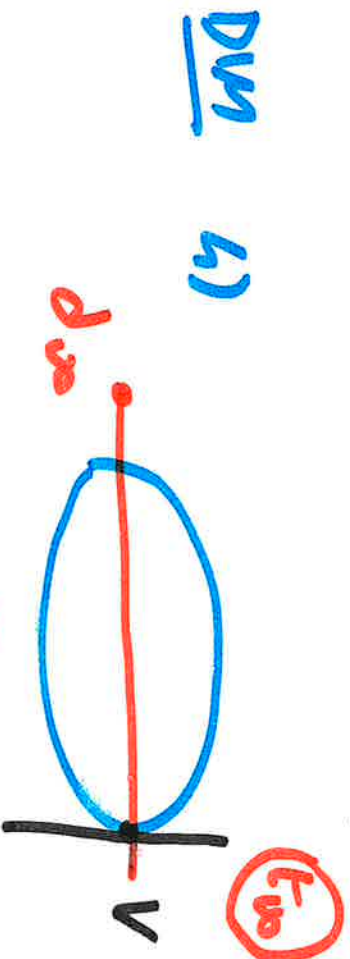
un vertice.

2) Se $\mathcal{C}$ è una ellisse o una iperbole
(non cir.)

$\Rightarrow$ $\mathcal{C}$ ha esattamente 2 diametri assi

3) Se E è una parabola $\Rightarrow$
e ha esattamente un asse ed
un vertice.

4) Le tangenti a E nei vertici
sono ortogonali al diametro (= asse)
per O e m .



Supponiamo che la t_g in
 $V \in E$ sia ortogonale al
diametro di E per $V \Rightarrow$
 $\Rightarrow V$ appartiene alla polare di V
 $\Rightarrow$ la polare di t_m passa per V
ma questa è un diametro per V
che è ortogonale a $t_m \Rightarrow$ questo
è un asse.

ieri)

$$(e_{a_{11}} + m_{a_{12}})x_1 + (e_{a_{12}} + m_{a_{22}})x_2 + (e_{a_{13}} + m_{a_{23}})x_3 = 0$$



eq. di ammetri $(e_{a_{11}} + m_{a_{12}} \quad e_{a_{12}} + m_{a_{22}}) = \bar{n}$

$\bar{n}$ è ortogonale al diametro $\Rightarrow n$ deve

essere prop.

al polo del diam.

$$T(e, w, 0) \quad]$$

$$A_{12} \quad \left| \begin{array}{cc} e_{a_{11}} + m_{a_{12}} & e_{a_{12}} + m_{a_{22}} \end{array} \right| = 0$$

$$[(\ell, m, 0)]_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \text{retta di pto improprio}$$

$$[(\ell a_1 + m a_{12} \quad \ell a_2 + m a_{22} \quad 0)]^\perp$$

~~ipotesi che questo punto l'ha e che~~

$$m(\ell a_{11} + m a_{12}) - \ell(\ell a_{11} + m a_{22}) = 0$$

$$m \ell (a_{11} - a_{22}) + m^2 a_{12} - \ell^2 a_{12} = 0$$

$$m \ell (a_{11} - a_{22}) + (m^2 - \ell^2) a_{12} = 0 \quad (*)$$

ipotesi che circonferenza gen. $\Rightarrow$

$$(1) \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ell \\ m \end{pmatrix} = 0$$

~~ma~~ $(a_{11} + i a_{12}) \ell$
 $+ (i a_{21} + a_{22}) m = 0$

$$(a_{11} + i a_{12} \quad a_{12} + i a_{22}) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = 0$$

$$a_{11} + i a_{12} + i a_{12} + i^2 a_{22} = 0 \quad a_{11} \quad a_{21} \quad a_{12} \in \mathbb{R}$$

$$(a_{11} - a_{22}) = 0 \quad 2i a_{12} = 0 \Rightarrow a_{11} = a_{22} \quad a_{12} = 0$$

Se $\mathcal{C}$ circonf. generalizzata $\Rightarrow (*)$ è vera $\forall \ell, m$.

supponiamo ora $\mathcal{C}$ ellipse o iperbole.

$$m^2 a_{12} + m \ell (a_{11} - a_{22}) - \ell^2 a_{22} = 0$$

a meno di coeff. di prop. si ammette riduzione

$$(m, \ell) = (1, 0) \Rightarrow a_{12} = 0$$

$\Rightarrow$ ammette anche soluzioni $(0, 1)$
e quindi si hanno esattamente 2
assi ortogonali fra loro.

Altrimenti, dividiamo per ℓ^2 ed otteniamo $\xi = \frac{m}{\ell}$

$$\xi^2 a_{11} + \xi(a_{11} - a_{22}) - a_{12} = 0$$

e da questo si vede che le soluzioni su ξ
non esistono 2 a meno che

$$\Delta = 0 \Rightarrow (a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}^2 = 0$$

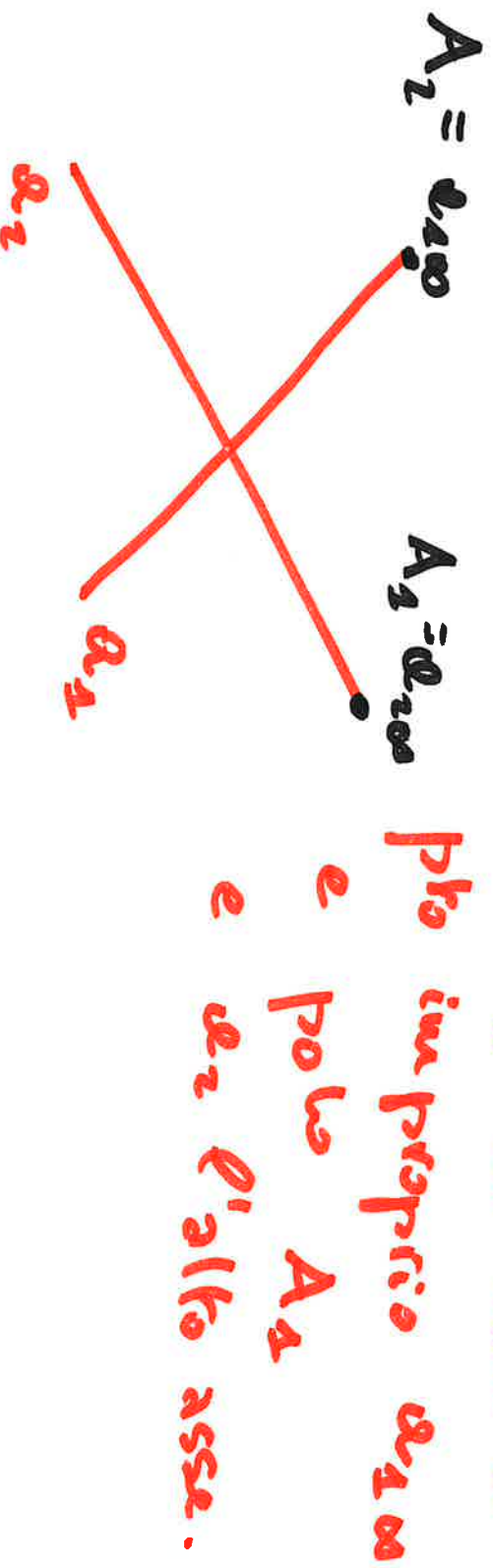
$$= (a_{11} + 2a_{12} + a_{22})^2$$

ma questo potrebbe accadere solo per

$$a_{11} = a_{22} \text{ e } a_{12} = 0 \Rightarrow \text{circonfere[n]ze}$$

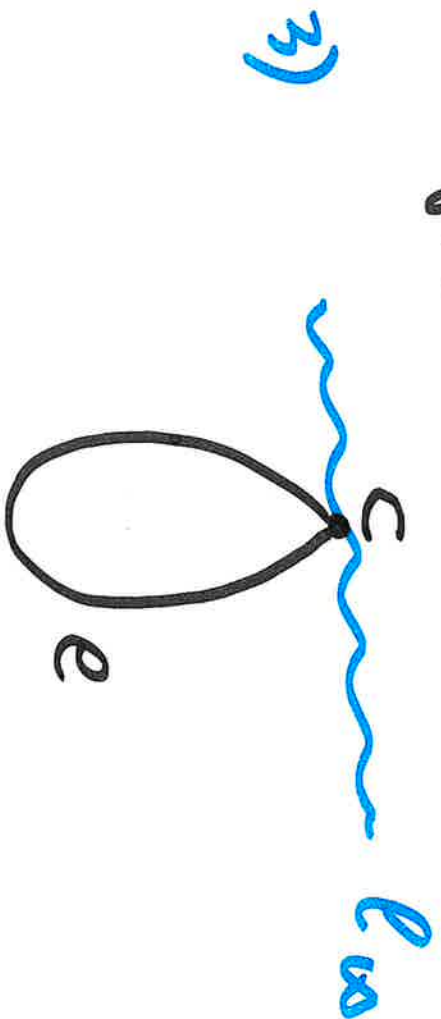
(già vista).

$\Rightarrow$ Gli assi sono 2. Sia a_1 un asse di



Il polo di a_1 è A_2 ed $A_2 \perp a_1$ ma allora
chiamata ℓ la polare di a_1 abbiamo che ℓ
deve passare per $A_2 \Rightarrow$ il polo di ℓ è ortogonale al
nostro punto improprio $\Rightarrow \ell$ è un asse $\Rightarrow \ell = a_2$

$\Rightarrow$ in questo caso gli assi sono ortogonali fra loro.



$$\begin{cases} X^T A X = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$[x_1 \ x_2 \ 0] A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$(x_1 \ x_2) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\det A^* = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_1 a_{11} + x_2 a_{12} & x_2 a_{21} + x_2 a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\xi = \frac{-a_{12}}{a_{11}}$$

$$a_{11}a_{22} = a_{12}^2$$

$$C = [(a_{12}, -a_{11}, 0)]$$

$$a_{12}^2 a_{11} + 2a_{12}(-a_{11})a_{12} + a_{11}^2 a_{22}$$

$$a_{12}^2 a_{11} - 2a_{12}^2 a_{11} + a_{11}^2 a_{22} = 0$$

$$\uparrow \quad \downarrow \quad a_{11}$$

$$a_{11}^2 a_{22} - 2a_{11}^2 a_{22} + a_{11}^2 a_{22} = 0$$

$$g_E \quad a_{11}x + a_{12}y + k = 0$$

$$(a_{11} \ a_{12} \ 0) \perp (e, m, 0)$$

Il polo dell'asse sarà il punto $(a_{11} \ a_{12} \ 0)$

~~non, $a_{11} \ 0$~~

ASSE DELLA PARABOLA.

CLASSIFICAZIONE EUCLIDEA DELLE CONICHE.

→ SCEGLIERE UN RIFERIMENTO "COMODO" EUCLIDEO.

$$e = {}^t X A X = 0 \quad e \text{ generale.}$$

$\swarrow$ a centro
 $\searrow$ non a centro.

$\mathcal{C}$ e centro

RIFERIMENTO tale che:

$\mathcal{O}$ = origine riferimento = centro della conica.

→ Se $\mathcal{C}$ circonferenza $\exists J_{00}, \bar{J}_{00} \in \mathcal{C}$

$\Rightarrow$ prendiamo come ^{vettori} assi due qualsiasi vettori
del p.f.

ortogonali di norma 1.

$$a_{11}(x_1^2 + x_2^2) + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3 + a_{33}x_3^2 = 0$$

$$a_{13} = a_{23} = 0$$

$$a_{11}(x_1^2 + x_2^2) + a_{33}x_3^2 = 0 \quad x^2 + y^2 = R^2$$

E ellisse (non circ.) o iperbole.

→ ASSI coordinati paralleli agli assi della conica.

→ ORIGINE = centro della conica.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (a_{11} \ a_{12} \ a_{13}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$a_{12} = 0$$

Gli ASSI SONO $x_1 = 0$

e $x_2 = 0$ e si intersecano in O

polare (100) : $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0 \rightarrow a_{13} = 0$

polare (010) : $a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0 \rightarrow a_{23} = 0$

$$a_{11}x_1^2 + a_{21}x_1x_2 + a_{33}x_3^2 = 0$$

DIVIDO PER $-a_{33}$ e ~~normalizzo~~ *disomogeneizzo*

$$\frac{x_1^2}{a} + \frac{x_2^2}{b} + x_3^2 = 0$$

$$a = \frac{-a_{11}}{a_{33}}$$

$$b = -\frac{a_{22}}{a_{33}}$$

$$\boxed{\frac{x_1^2}{a} + \frac{x_2^2}{b} = 1}$$

Se $a, b > 0 \Rightarrow$ ellipse

a, b tali che

$a \cdot b < 0 \Rightarrow$ iperbole

$a, b < 0 \Rightarrow$ ellipse

senza pr.

realtà.

PARABOLA

$$x = ay^2$$

$$y = ax^2$$

Teorema: Gli assi di una conica a centro sono assi di simmetria.

Scegliamo un rif. tale che l'eq. sia del tipo

DIM

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$$

oss: gli assi sono $x=0 \rightarrow$ ^{e_x} rifl. rispetto $x=0$
 $(x, y) \rightarrow (x, -y)$

$y=0 \rightarrow$ ^{e_y} rifl. rispetto $y=0$
 $(x, y) \rightarrow (-x, y)$

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 0$$

$$\xrightarrow{E_{xy}} \left(\frac{(-x)^2}{a} \right) + \left(\frac{y^2}{b} \right) = 1$$

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$$

$\xrightarrow{E_x}$

$$\frac{x^2}{a} + \frac{(-y)^2}{b} = 1$$

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1 \quad \square$$

PARABOLA:

riserviamo con asse $x=0$
e vertice in $(0,0)$.

l'altra direzione del rif. euclideo è
data dalla lg. nel vertice $\Rightarrow$ retta
ortogonale ad $x=0$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$[(001)] \in \mathcal{E} \Rightarrow a_{33} = 0$$

$$[(010)] \in \mathcal{E} \Rightarrow a_{22} = 0 \Rightarrow a_{12} = 0 \text{ perché}$$

$$\det A^* = 0$$

Osservo che $[(001)] = \text{vertice coniugato a } [(100)]$

dir. rg. nel vertice. $\Rightarrow a_{13} = 0$

$$a_{11}x_1^2 + a_{23}x_2x_3 = 0 \rightarrow y = -\frac{a_{11}}{a_{23}}x^2$$